

ANEXO - FORMULACIÓN DE MODELOS DE OPTIMIZACIÓN UTILIZADOS PARA EL CÁLCULO DEL COSTO DE ALTERNATIVAS DEL PIEC 2024-2028

El presente documento se presenta como anexo al PIEC 2024-2028 y presenta la formulación matemática de los problemas de optimización y algoritmos usados para calcular el costo presente neto (CPN) de las alternativas de universalización del servicio de energía eléctrica en Colombia. Se presenta la formulación de los siguientes problemas:

1. Problema de optimización para soluciones fotovoltaicas individuales
2. Problema de optimización para soluciones de tipo microred
3. Algoritmo para la determinación del costo de interconexión a la red existente

A partir de estos 3 algoritmos se calculan los costos de operación y mantenimiento de las 3 alternativas planteadas en el PIEC considerando aspectos técnicos, ambientales y económicos. Posterior al cálculo de los tres costos se selecciona el mínimo costo entre las tres opciones como la alternativa óptima para cada sitio con viviendas sin servicio en el territorio Colombiano.

A continuación la formulación matemática completa de dichos algoritmos y problemas de optimización:

1: Formulación Matemática del Problema de Optimización para Solución Fotovoltaica Individual

Este anexo presenta la formulación matemática del problema de optimización que calcula la solución para la alternativa de soluciones fotovoltaicas individuales, es decir, la cantidad óptima de módulos fotovoltaicos, baterías e inversores y los costos asociados a su instalación para una sola vivienda de cada sitio. El modelo se formula como un problema MILP (Mixed Integer Linear Programming) que, bajo ciertos supuestos de linealidad y discretización, permite determinar la solución óptima minimizando el costo presente neto.

Notación y Definiciones

A continuación se describen los conjuntos, parámetros, variables y supuestos del modelo.

Conjuntos

- T : Conjunto de horas del año, donde $t \in T$ (por ejemplo, $T = \{1, 2, \dots, 8760\}$).
- \mathcal{PVT} : Conjunto de tipos de módulos fotovoltaicos.
- \mathcal{BATT} : Conjunto de tipos de baterías.
- \mathcal{CH} : Conjunto de tipos de inversores (convertidores híbridos) disponibles.

Parámetros

Se definen parámetros técnicos y económicos asociados a cada tecnología:

- **Vida útil:**
lifecycle: Vida útil del proyecto.
- **Parámetros de módulos fotovoltaicos:**
 $PVtypeC_{inst}(tpv)$: Costo de instalación del módulo fotovoltaico de tipo tpv .
 $PVtypeI_{sc_STC}(tpv)$: Corriente de cortocircuito a condiciones STC para el módulo tpv .
 $PVtypeV_{mp_STC}(tpv)$: Voltaje en el punto de máxima potencia a condiciones STC para el módulo tpv .
 $PVtypeP_{stc}(tpv)$: Potencia nominal del módulo tpv (en W).
 $PVtypeP_{eso}(tpv)$: Peso del módulo tpv .
- **Parámetros de baterías:**
 $BatttypeC_{inst}(tb)$: Costo de instalación de la batería de tipo tb .
 $BatttypeV_{nom}(tb)$: Voltaje nominal de la batería tb .

$Battype_{Cap_nom}(tb)$: Capacidad nominal de la batería tb (en kWh).
 $Battype_{Cap_inf}(tb)$: Capacidad mínima operativa de la batería tb .
 $Battype_{Deg_kwh}(tb)$: Factor de degradación (kWh) de la batería tb .
 $Battype_n(tb)$: Eficiencia o factor de conversión asociado a la batería tb .
 $Battype_{ty}(tb)$: Tiempo de vida o periodo para recambio de la batería tb .
 $Battype_{Auto_des}(tb)$: Tasa de autodescarga de la batería tb .
 $Battype_{C_OM_y}(tb)$: Costo anual de operación y mantenimiento de la batería tb .
 $Battype_{Peso}(tb)$: Peso de la batería tb .

- **Parámetros de inversores (convertidores híbridos):**

$ConH_{C_inst}(ch)$: Costo de instalación del inversor ch .
 $ConH_{Num_mpp}(ch)$: Número de MPPT (Maximum Power Point Tracker) del inversor ch .
 $ConH_{Num_in_mpp}(ch)$: Número de módulos por entrada MPPT del inversor ch .
 $ConH_{Idc_max_in}(ch)$: Corriente máxima de entrada (DC) del inversor ch .
 $ConH_{V_mpp_inf}(ch)$: Voltaje mínimo requerido en el punto de máxima potencia para el inversor ch .
 $ConH_{V_{dc_max_in}}(ch)$: Voltaje máximo permitido en la entrada del inversor ch .
 $ConH_{P_max_pv}(ch)$: Potencia máxima admisible de los módulos fotovoltaicos en el inversor ch .
 $ConH_{V_n_batt}(ch)$: Voltaje nominal de la batería recomendado para el inversor ch .
 $ConH_{n_dcac}(ch)$: Factor de conversión entre corriente DC y AC en el inversor ch .
 $ConH_{I_max_ch_pv}(ch)$: Corriente máxima permitida para carga de la batería a partir de los PV en ch .
 $ConH_{I_max_des}(ch)$: Corriente máxima de descarga permitida en el inversor ch .
 $ConH_{C_OM_y}(ch)$: Costo anual de operación y mantenimiento del inversor ch .
 $ConH_{Pac_max_out}(ch)$: Potencia máxima de salida (AC) del inversor ch .
 $ConH_{Pac_max_in}(ch)$: Potencia máxima de entrada (AC) del inversor ch .
 $ConH_{ty}(ch)$: Periodo para recambio o mantenimiento del inversor ch .
 $ConH_{Peso}(ch)$: Peso del inversor ch .

- **Generación y carga:**

$P_{mpp}(t, tpv)$: Potencia máxima generada por un módulo fotovoltaico de tipo tpv a la hora t .
Carga(t): Demanda de energía en la hora t , ajustada según el número de Viviendas Sin Servicio (VSS) del sitio.

- **Parámetros económicos adicionales:**

VPN_F : Factor de descuento para los costos de recambio.
 VPN_FS : Factor de descuento para los costos de operación y mantenimiento.
 $costo_tr_final_por_kg$: Costo de transporte por kilogramo de equipo.

- **Supuestos del modelo MILP:**

- Todas las relaciones y restricciones se asumen lineales.
- Se utilizan funciones de redondeo ($\lfloor \cdot \rfloor$ y $\lceil \cdot \rceil$) para representar de forma discreta las relaciones entre componentes.
- La demanda y la generación se consideran en intervalos horarios.
- Los costos y parámetros técnicos se mantienen constantes durante cada intervalo de tiempo.

VARIABLES DE DECISIÓN

- **Variables discretas:**

$X_{pv}(tpv, ch)$: Número de paneles fotovoltaicos de tipo tpv asignados al inversor ch .
 $X_{pvs}(tpv, ch)$: Número de strings (cadenas) de paneles fotovoltaicos de tipo tpv conectados al inversor ch .
 $X_B(tb, ch)$: Número de baterías de tipo tb asociadas al inversor ch .
 $X_{Bs}(tb, ch)$: Número de strings de baterías de tipo tb en el inversor ch .
 $X_{Ch}(tpv, tb, ch)$: Número de inversores (o la relación de conexión entre módulos y baterías) instalados.

- **Variables binarias (decisiones lógicas):**

$Bceff(ch, t)$: Variable binaria que indica si la batería asociada al inversor ch está en modo de carga en la hora t .
 $Bdeff(ch, t)$: Variable binaria que indica si la batería asociada al inversor ch está en modo de descarga en la hora t .

- **Variables continuas:**

$P_{pvL}(ch, t)$: Potencia de salida de los módulos fotovoltaicos dirigida a la carga (en kW) para el inversor ch a la hora t .
 $P_{pvB}(ch, tb, t)$: Potencia de los módulos fotovoltaicos dirigida a la carga de las baterías.
 $P_{pvCur}(ch, t)$: Potencia recortada (curtailment) en el inversor ch a la hora t .
 $P_{BL}(ch, tb, t)$: Potencia de las baterías dirigida a la carga.
 $SoC(tb, t)$: Estado de carga de la batería tb en la hora t (en kWh).
 $Bcap(tb, t)$: Capacidad operativa de la batería tb en la hora t (considerando degradación).
 $ENS(t)$: Energía no suministrada (penalización) en la hora t .

- **Variables auxiliares de costo:**

$Costo_{inv}$: Costo de inversión inicial.

$Costo_{rec}$: Costo de recambio de elementos durante la vida útil.

$Costo_{OM}$: Costo anual de operación y mantenimiento.

$Costo_{trans}$: Costo de transporte de los equipos.

Formulación Matemática del Modelo MILP

A continuación se detalla la formulación completa del modelo de optimización.

1. Restricciones Operativas y de Balance

1.1. Límite de Energía No Suministrada (ENS)

$$ENS(t) \leq \text{Carga}(t), \quad \forall t \in T.$$

1.2. Balance de Potencia en los Módulos Fotovoltaicos

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$ y $t \in T$:

$$P_{pvL}(ch, t) + \sum_{tb \in BATT} P_{pvB}(ch, tb, t) + P_{pvCur}(ch, t) = \sum_{tpv \in PVT} X_{pv}(tpv, ch) \cdot P_{mpp}(t, tpv).$$

1.3. Balance Global de Potencia

La suma de la potencia dirigida a la carga y la energía no suministrada debe igualar la demanda:

$$\sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tb \in BATT} P_{BL}(ch, tb, t) + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} ConH_{n_dcac}(ch) \cdot P_{pvL}(ch, t) + ENS(t) = \text{Carga}(t), \quad \forall t \in T.$$

2. Restricciones de Dimensionamiento de Equipos

2.1. Número de Strings de Paneles por Inversor

Para cada $tpv \in PVT$ y $ch \in \mathcal{CH}$:

$$X_{pvs}(tpv, ch) \leq \left(\sum_{tb \in BATT} X_{Ch}(tpv, tb, ch) \right) \cdot \left[\text{Num_mpp}(ch) \cdot \text{Num_in_mpp}(ch) \cdot \left\lfloor \frac{\text{Idc_max_in}(ch)}{PVtype_{Isc_STC}(tpv)} \right\rfloor \right].$$

2.2. Número de Paneles por String

- Límite inferior:

$$X_{pv}(tpv, ch) \geq X_{pvs}(tpv, ch) \cdot \left\lfloor \frac{ConH_{V_mpp_inf}(ch)}{PVtype_{Vmp_STC}(tpv)} \right\rfloor.$$

- Límite superior:

$$X_{pv}(tpv, ch) \leq X_{pvs}(tpv, ch) \cdot \left\lfloor \frac{ConH_{V_{dc_max_in}(ch)}}{PVtype_{Voc_max}(tpv)} \right\rfloor.$$

2.3. Límite de Potencia Instalada de los Módulos Fotovoltaicos

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$:

$$\sum_{tpv \in PVT} X_{pv}(tpv, ch) \cdot \frac{PVtype_{P_stc}(tpv)}{1000} \leq \left(\sum_{tb \in BATT} \sum_{tpv \in PVT} X_{Ch}(tpv, tb, ch) \right) \cdot ConH_{P_max_pv}(ch).$$

2.4. Dimensionamiento de Baterías

- Número de strings de baterías:

$$X_{Bs}(tb, ch) \leq 10^4 \cdot \sum_{tpv \in PVT} X_{Ch}(tpv, tb, ch), \quad \forall tb \in \mathcal{BATT}, ch \in \mathcal{CH}.$$

- Número total de baterías:

$$X_B(tb, ch) = X_{Bs}(tb, ch) \cdot \left\lfloor \frac{ConH_{V_n_batt}(ch)}{Batttype_{V_nom}(tb)} \right\rfloor, \quad \forall tb \in \mathcal{BATT}, ch \in \mathcal{CH}.$$

3. Restricciones de Operación de las Baterías

3.1. Dinámica del Estado de Carga (SoC)

Para cada $tb \in \mathcal{BATT}$ y $t \in T$:

- Para $t > t_0$:

$$SoC(tb, t) = SoC(tb, t-1) (1 - Batttype_{Auto_des}(tb)) + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \left[Batttype_n(tb) \cdot t_s \cdot \left(P_{pvB}(ch, tb, t) - \frac{P_{BL}(ch, tb, t)}{Batttype_n(tb) \cdot ConH_{n_dcac}(ch)} \right) \right]$$

- Para $t = t_0$:

$$SoC(tb, t_0) = Batttype_{Cap_nom}(tb) \cdot Bat_init \cdot \sum_{ch \in \mathcal{CH}} X_B(tb, ch),$$

donde Bat_init es el factor de carga inicial.

3.2. Límites del Estado de Carga

Para cada $tb \in \mathcal{BATT}$ y $t \in T$:

- Mínimo:

$$SoC(tb, t) \geq \left(\sum_{ch \in \mathcal{CH}} X_B(tb, ch) \right) \cdot Batttype_{Cap_inf}(tb).$$

- Máximo:

$$SoC(tb, t) \leq Batttype_{Cap_nom}(tb) \cdot \sum_{ch \in \mathcal{CH}} X_B(tb, ch).$$

3.3. Degradación de la Capacidad de las Baterías

- Dinámica horaria (para $t > t_0$):

$$Bcap(tb, t) = Bcap(tb, t-1) - \frac{Batttype_{Deg_kwh}(tb)}{Batttype_n(tb)} \cdot \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \frac{P_{BL}(ch, tb, t)}{ConH_{n_dcac}(ch)}.$$

- Condición inicial (para $t = t_0$):

$$Bcap(tb, t_0) = Batttype_{Cap_nom}(tb) \cdot \sum_{ch \in \mathcal{CH}} X_B(tb, ch).$$

- Degradación anual:

$$Bcap(tb, t_0) - Bcap(tb, t_{final}) \leq \frac{0.2 Bcap(tb, t_0)}{Batttype_{ty}(tb)}.$$

4. Restricciones del Inversor

4.1. Salida AC del Inversor

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$ y $t \in T$:

$$\sum_{tb \in BATT} P_{BL}(ch, tb, t) + P_{pvL}(ch, t) \leq ConHP_{ac_max_out}(ch) \cdot \sum_{tpv \in PVT} \sum_{tb \in BATT} X_{Ch}(tpv, tb, ch).$$

5. Límites de Potencia entre Fotovoltaicos y Baterías

5.1. Límite en la Potencia de Carga de las Baterías

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$, $tb \in BATT$ y $t \in T$:

$$P_{pvB}(ch, tb, t) \leq X_B(tb, ch) \cdot Batttype_{P_ch}(tb).$$

5.2. Límite en la Potencia de Descarga de las Baterías

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$, $tb \in BATT$ y $t \in T$:

$$P_{BL}(ch, tb, t) \leq Batttype_{P_des}(tb) \cdot X_B(tb, ch).$$

6. Restricciones de Operación (Carga/Descarga) de las Baterías

6.1. Batería Cargando con Energía Fotovoltaica

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$ y $t \in T$:

$$\sum_{tb \in BATT} P_{pvB}(ch, tb, t) \leq 10^8 \cdot Bceff(ch, t).$$

6.2. Batería Descargando

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$ y $t \in T$:

$$\sum_{tb \in BATT} P_{BL}(ch, tb, t) \leq 10^8 \cdot Bdeff(ch, t).$$

6.3. Estado Único de Operación de la Batería

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$ y $t \in T$:

$$Bceff(ch, t) + Bdeff(ch, t) \leq 1.$$

7. Función Objetivo

El objetivo es minimizar el costo total, que se compone de costos de primera y segunda etapa.

7.1. Costo de Inversión Inicial

$$\begin{aligned} \text{Costo}_{inv} = & \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tpv \in PVT} X_{pv}(tpv, ch) PVtype_{C_inst}(tpv) \\ & + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tb \in BATT} X_B(tb, ch) Batttype_{C_inst}(tb) \\ & + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \left(\sum_{tb \in BATT} \sum_{tpv \in PVT} X_{Ch}(tpv, tb, ch) \right) ConHC_{inst}(ch). \end{aligned}$$

7.2. Costo de Recambio de Elementos

$$\begin{aligned} \text{Costo}_{rec} = & \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{ii=[ConH_{ty}(ch)]}^{\text{lifeyears}} VP_N_F(ii-1) ConH_{C_inst}(ch) \left(\sum_{tb \in BATT} \sum_{tpv \in PVT} X_{Ch}(tpv, tb, ch) \right) \\ & + \sum_{tb \in BATT} \sum_{ii=[Battype_{ty}(tb)]}^{\text{lifeyears}} VP_N_F(ii-1) Battype_{C_inst}(tb) \left(\sum_{ch \in \mathcal{CH}} X_B(tb, ch) \right). \end{aligned}$$

7.3. Costo de Operación y Mantenimiento (OM) Anual

$$\begin{aligned} \text{Costo}_{OM} = & \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tpv \in PVT} X_{pv}(tpv, ch) (VP_N_FS PVtype_{C_OM_y}(tpv)) \\ & + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tb \in BATT} X_B(tb, ch) (VP_N_FS Battype_{C_OM_y}(tb)) \\ & + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \left(\sum_{tb \in BATT} \sum_{tpv \in PVT} X_{Ch}(tpv, tb, ch) \right) (VP_N_FS ConH_{C_OM_y}(ch)). \end{aligned}$$

7.4. Costo de Transporte

$$\begin{aligned} \text{Costo}_{trans} = & \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tpv \in PVT} X_{pv}(tpv, ch) (\text{costo_tr_final_por_kg}) PVtype_{P_{eso}}(tpv) \\ & + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tb \in BATT} X_B(tb, ch) (\text{costo_tr_final_por_kg}) Battype_{P_{eso}}(tb) \\ & + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \left(\sum_{tb \in BATT} \sum_{tpv \in PVT} X_{Ch}(tpv, tb, ch) \right) (\text{costo_tr_final_por_kg}) ConH_{P_{eso}}(ch). \end{aligned}$$

7.5. Costo Total de Primera Etapa

$$\text{FirstStageCost} = \text{Costo}_{inv} + \text{Costo}_{rec} + \text{Costo}_{OM} + \text{Costo}_{trans}.$$

7.6. Costo de Segunda Etapa (Energía No Suministrada)

$$\text{SecondStageCost} = VP_N_FS \cdot \sum_{t \in T} Price_ENS(t) \cdot ENS(t).$$

7.7. Función Objetivo

El problema de optimización se formula como:

$$\min \quad \text{FirstStageCost} + \text{SecondStageCost}.$$

Supuestos del Modelo MILP

- Linealidad:** Todas las relaciones entre variables y parámetros se asumen lineales, permitiendo el uso de un modelo MILP.
- Discretización Horaria:** La demanda y la generación se modelan en intervalos de una hora.
- Variables Discretas y Binarias:** El número de equipos (paneles, baterías, inversores) se modela mediante variables enteras, mientras que las decisiones de operación de las baterías (carga/descarga) se modelan con variables binarias.
- Funciones de Redondeo:** Se utilizan funciones de redondeo ($\lfloor \cdot \rfloor$ y $\lceil \cdot \rceil$) para relacionar de forma discreta la capacidad de los equipos con los límites operativos.
- Constancia de Parámetros:** Los parámetros técnicos y económicos se mantienen constantes durante cada intervalo de tiempo, y se consideran proyecciones a nivel del sitio.

Consideraciones Finales

La formulación presentada integra únicamente la solución fotovoltaica, considerando los módulos, baterías e inversores, y los costos asociados (inversión, recambio, operación y transporte). El modelo MILP propuesto permite determinar la combinación óptima que minimice el costo total, incluyendo una penalización por energía no suministrada. Se recomienda complementar este anexo en el documento principal con una discusión sobre la validez de los supuestos y la sensibilidad del modelo a cambios en los parámetros.

2. Formulación Matemática del Problema de Optimización para la alternativa de Microredes en Colombia

Este anexo presenta la formulación matemática del problema de optimización que calcula la cantidad óptima y los costos asociados a la instalación de la alternativa de microredes considerada en el PIEC para la universalización del servicio de energía eléctrica en Colombia. El modelo integra tecnologías fotovoltaicas, de almacenamiento (baterías), inversores, turbinas eólicas y sistemas hidrocínicos e hidroconvencionales, y tiene como objetivo minimizar el costo total de inversión y operación, considerando además la penalización por energía no suministrada.

Notación y Definiciones

A continuación se describen los conjuntos, parámetros, variables y funciones utilizados en el modelo:

Conjuntos

- T : Conjunto de horas del año, donde $t \in T$.
- PVT : Conjunto de tipos de módulos fotovoltaicos disponibles.
- $BATT$: Conjunto de tipos de baterías.
- CH : Conjunto de tipos de inversores (convertidores híbridos) empleados en el sistema.
- WT : Conjunto de tipos de turbinas eólicas.
- HK : Conjunto de tipos de turbinas hidrocínicas.
- HY : Conjunto de tipos de centrales hidroconvencionales.

Parámetros

Se definen parámetros asociados a las características técnicas y económicas de cada tecnología, tales como:

• Costos de instalación:

$PVtype_{C_{inst}}(tpv)$, $Batttype_{C_{inst}}(tb)$, $ConH_{C_{inst}}(ch)$, $Windtype_{C_{inst}}(wt)$, $HKtype_{C_{inst}}(hk)$, $HYtype_{C_{inst}}(hy)$.

• Costos de operación y mantenimiento anuales:

$PVtype_{C_{OM-y}}(tpv)$, $Batttype_{C_{OM-y}}(tb)$, $ConH_{C_{OM-y}}(ch)$, $Windtype_{C_{OM-y}}(wt)$, $HKtype_{C_{OM-y}}(hk)$, $HYtype_{C_{OM-y}}(hy)$.

• Características técnicas:

○ Para módulos fotovoltaicos: $PVtype_{I_{sc_STC}}(tpv)$, $PVtype_{V_{mp_STC}}(tpv)$, $PVtype_{P_{stc}}(tpv)$.

○ Para baterías: $Batttype_{V_{nom}}(tb)$, $Batttype_{Cap_{nom}}(tb)$, $Batttype_{Cap_{inf}}(tb)$, $Batttype_{Deg_{kwh}}(tb)$, $Batttype_n(tb)$, $Batttype_{ty}(tb)$, $Batttype_{Auto_des}(tb)$.

○ Para inversores: $ConH_{Num_{mpp}}(ch)$, $ConH_{Num_{in_mpp}}(ch)$, $ConH_{Idc_{max_in}}(ch)$, $ConH_{V_{mpp_inf}}(ch)$, $ConH_{V_{dc_max_in}}(ch)$, $ConH_{P_{max_pv}}(ch)$, $ConH_{V_{n_batt}}(ch)$, $ConH_{n_{dcac}}(ch)$, $ConH_{n_{acdc}}(ch)$, $ConH_{Pac_{max_out}}(ch)$, $ConH_{Pac_{max_in}}(ch)$, $ConH_{I_{max_ch_pv}}(ch)$, $ConH_{I_{max_des}}(ch)$, $ConH_{ty}(ch)$.

○ Para turbinas eólicas, hidrocínicas e hidroconvencionales se definen parámetros similares relativos a la generación y costos.

• Demanda y generación:

$Carga(t)$ representa la demanda de energía a la hora t .

$P_{mpp}(t, tpv)$ es la potencia máxima de un módulo fotovoltaico tipo tpv en el instante t .

$WT_gen(t, wt)$, $HK_gen(t, hk)$ y $HY_gen(t, hy)$ son las curvas de generación para las tecnologías eólica, hidrocínica e hidroconvencional, respectivamente.

• Parámetros económicos:

VPN_F : Factor de descuento para los reemplazos.

VPN_FS : Factor de descuento para los costos de operación y mantenimiento.

$costo_tr_final_por_kg$: Costo de transporte por kilogramo de los equipos.

$lifeyears$: Vida útil del proyecto.

VARIABLES DE DECISIÓN

Se distinguen tres tipos de variables:

- **Discretas:**

$X_{pv}(tpv, ch)$: Número de paneles fotovoltaicos tipo tpv asociados al inversor ch .

$X_{pvs}(tpv, ch)$: Número de strings de paneles.

$X_B(tb, ch)$: Número de baterías de tipo tb asociadas a ch .

$X_{Bs}(tb, ch)$: Número de strings de baterías.

$X_{Ch}(tpv, tb, ch)$: Número de inversores híbridos instalados.

$X_T(wt)$, $X_K(hk)$, $X_H(hy)$: Número de turbinas instaladas para las tecnologías eólica, hidrocínética e hidroconvencional, respectivamente.

- **Binarias (para decisiones lógicas):**

$Bceff(ch, t)$: Indicador de que la batería se encuentra en estado de carga (1) o en descarga/stand-by (0) para el inversor ch en el instante t .

$Bdeff(ch, t)$: Indicador de descarga efectiva.

- **Continuas:**

Variables asociadas a flujos de potencia, estados de carga (SoC), energía no suministrada (ENS) y variables auxiliares de costo, tales como:

- $P_{pvL}(ch, t)$: Potencia entregada desde el conjunto de paneles fotovoltaicos a la carga.

- $P_{pvB}(ch, tb, t)$: Potencia de paneles dirigida a las baterías.

- $P_{pvCur}(ch, t)$: Potencia recortada de los paneles.

- $P_{BL}(ch, tb, t)$: Potencia de las baterías dirigida a la carga.

- $SoC(tb, t)$: Estado de carga de la batería tb en el instante t .

- $Bcap(tb, t)$: Capacidad actual de la batería tb en el instante t .

- Variables de balance para las tecnologías eólica, hidrocínética e hidroconvencional: $P_{TL}(t)$, $P_{TB}(ch, tb, t)$, $P_{TCur}(t)$; $P_{HKL}(t)$,

$P_{HKB}(ch, tb, t)$, $P_{HKCur}(t)$; $P_{HYL}(t)$, $P_{HYB}(ch, tb, t)$, $P_{HYCur}(t)$.

- $ENS(t)$: Energía no suministrada en el instante t .

Función Objetivo

El objetivo es minimizar el costo total, que se compone de:

- **Costo de inversión inicial:** Incluye la adquisición e instalación de todos los equipos.
- **Costo de recambio:** Reemplazos a lo largo de la vida útil del proyecto.
- **Costo de operación y mantenimiento (OM) anual.**
- **Costo de transporte.**
- **Costo por energía no suministrada (segunda etapa).**

Formulación Matemática del Modelo

A continuación se presentan las ecuaciones que conforman el modelo de optimización.

1. Restricciones Operativas y de Balance

1.1. Límite de Energía No Suministrada (ENS)

$$ENS(t) \leq \text{Carga}(t), \quad \forall t \in T.$$

1.2. Balance de Potencia en Turbinas Eólicas

$$P_{TL}(t) + \sum_{ch \in CH} \sum_{tb \in BATT} P_{TB}(ch, tb, t) + P_{TCur}(t) = \sum_{wt \in WT} X_T(wt) \cdot WT_gen(t, wt), \quad \forall t \in T.$$

1.3. Balance de Potencia en Turbinas Hidrocínéticas

$$P_{HKL}(t) + \sum_{ch \in CH} \sum_{tb \in BATT} P_{HKB}(ch, tb, t) + P_{HKCur}(t) = \sum_{hk \in HK} X_K(hk) \cdot HK_gen(t, hk), \quad \forall t \in T.$$

1.4. Balance de Potencia en Centrales Hidroconvencionales

$$P_{HYL}(t) + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tb \in \mathcal{BATT}} P_{HYB}(ch, tb, t) + P_{HYCur}(t) = \sum_{hy \in \mathcal{HY}} X_H(hy) \cdot HY_{gen}(t, hy), \quad \forall t \in T.$$

2. Restricciones de Dimensionamiento de Equipos Fotovoltaicos y Almacenamiento

2.1. Número de Strings por Tipo de Panel e Inversor

Para cada $tpv \in \mathcal{PVT}$ y $ch \in \mathcal{CH}$:

$$X_{pvs}(tpv, ch) \leq \left(\sum_{tb \in \mathcal{BATT}} X_{Ch}(tpv, tb, ch) \right) \cdot \left[\text{Num_mpp}(ch) \cdot \text{Num_in_mpp}(ch) \cdot \left[\frac{\text{Idc_max_in}(ch)}{\text{PVtype}_{Isc_STC}(tpv)} \right] \right].$$

2.2. Número de Paneles por String

- Límite inferior:

$$X_{pv}(tpv, ch) \geq X_{pvs}(tpv, ch) \cdot \left[\frac{\text{V_mpp_inf}(ch)}{\text{PVtype}_{Vmp_STC}(tpv)} \right].$$

- Límite superior:

$$X_{pv}(tpv, ch) \leq X_{pvs}(tpv, ch) \cdot \left[\frac{\text{Vdc_max_in}(ch)}{\text{PVtype}_{Voc_max}(tpv)} \right].$$

2.3. Límite de Potencia Instalada de Paneles Fotovoltaicos

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$:

$$\sum_{tpv \in \mathcal{PVT}} X_{pv}(tpv, ch) \cdot \frac{\text{PVtype}_{P_stc}(tpv)}{1000} \leq \left(\sum_{tb \in \mathcal{BATT}} \sum_{tpv \in \mathcal{PVT}} X_{Ch}(tpv, tb, ch) \right) \cdot \text{ConHP_max_pv}(ch).$$

2.4. Número de Strings y Número de Baterías

Para cada $tb \in \mathcal{BATT}$ y $ch \in \mathcal{CH}$:

- Número de strings de baterías:

$$X_{Bs}(tb, ch) \leq 10^4 \cdot \sum_{tpv \in \mathcal{PVT}} X_{Ch}(tpv, tb, ch).$$

- Número total de baterías:

$$X_B(tb, ch) = X_{Bs}(tb, ch) \cdot \left[\frac{\text{ConH}_{V_n_batt}(ch)}{\text{Batttype}_{V_nom}(tb)} \right].$$

2.5. Balance de Potencia de los Módulos Fotovoltaicos

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$ y $t \in T$:

$$P_{pvL}(ch, t) + \sum_{tb \in \mathcal{BATT}} P_{pvB}(ch, tb, t) + P_{pvCur}(ch, t) = \sum_{tpv \in \mathcal{PVT}} X_{pv}(tpv, ch) \cdot P_{mpp}(t, tpv).$$

2.6. Balance Global de Potencia

Para cada $t \in T$:

$$\sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tb \in \mathcal{BATT}} P_{BL}(ch, tb, t) + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \text{ConH}_{n_dcac}(ch) \cdot P_{pvL}(ch, t) + P_{TL}(t) + P_{HKL}(t) + P_{HYL}(t) + \text{ENS}(t) = \text{Carga}(t).$$

3. Restricciones de Operación de las Baterías

3.1. Dinámica del Estado de Carga (SoC)

Para cada $tb \in \mathcal{BATT}$ y $t \in T$:

- Para $t > t_0$:

$$SoC(tb, t) = SoC(tb, t-1) (1 - Battype_{Auto_des}(tb)) + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \left[Battype_n(tb) \cdot t_s \cdot \left(P_{pvB}(ch, tb, t) + ConH_{n_acdc}(ch) \left(P_{TB}(ch, tb, t) + P_{HKB}(ch, tb, t) + P_{HYB}(ch, tb, t) \right) - \frac{P_{BL}(ch, tb, t)}{Battype_n(tb) \cdot ConH_{n_dcac}(ch)} \right) \right].$$

- Para $t = t_0$:

$$SoC(tb, t_0) = Battype_{Cap_nom}(tb) \cdot \sum_{ch \in \mathcal{CH}} X_B(tb, ch).$$

3.2. Límites en el Estado de Carga

Para cada $tb \in \mathcal{BATT}$ y $t \in T$:

- Mínimo:

$$SoC(tb, t) \geq \left(\sum_{ch \in \mathcal{CH}} X_B(tb, ch) \right) \cdot Battype_{Cap_inf}(tb).$$

- Máximo:

$$SoC(tb, t) \leq Battype_{Cap_nom}(tb) \cdot \sum_{ch \in \mathcal{CH}} X_B(tb, ch).$$

3.3. Degradación de la Capacidad de las Baterías

- Dinámica horaria (para $t > t_0$):

$$Bcap(tb, t) = Bcap(tb, t-1) - \frac{Battype_{Deg_kwh}(tb)}{Battype_n(tb)} \cdot \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \frac{P_{BL}(ch, tb, t)}{ConH_{n_dcac}(ch)}.$$

- Condición inicial (para $t = t_0$):

$$Bcap(tb, t_0) = Battype_{Cap_nom}(tb) \cdot \sum_{ch \in \mathcal{CH}} X_B(tb, ch).$$

- Degradación anual:

$$Bcap(tb, t_0) - Bcap(tb, t_{final}) \leq \frac{0.2 Bcap(tb, t_0)}{Battype_{ty}(tb)}.$$

4. Restricciones de Inversores (Convertidores Híbridos)

4.1. Salida AC del Inversor

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$ y $t \in T$:

$$\sum_{tb \in \mathcal{BATT}} P_{BL}(ch, tb, t) + P_{pvL}(ch, t) \leq ConH_{Pac_max_out}(ch) \cdot \sum_{tpv \in \mathcal{PVT}} \sum_{tb \in \mathcal{BATT}} X_{Ch}(tpv, tb, ch).$$

4.2. Entrada AC del Inversor

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$, $tb \in \mathcal{BATT}$ y $t \in T$:

$$P_{TB}(ch, tb, t) + P_{HKB}(ch, tb, t) + P_{HYB}(ch, tb, t) \leq ConH_{Pac_max_in}(ch) \cdot \sum_{tpv \in PVT} X_{Ch}(tpv, tb, ch).$$

5. Límites de Potencias para Flujo entre Fotovoltaicos y Baterías

5.1. Límite en la Potencia de Carga de las Baterías

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$, $tb \in \mathcal{BATT}$ y $t \in T$:

$$P_{pvB}(ch, tb, t) + P_{TB}(ch, tb, t) + P_{HKB}(ch, tb, t) + P_{HYB}(ch, tb, t) \leq X_B(tb, ch) \cdot Battyp_e_{P_ch}(tb).$$

5.2. Límite Alternativo de Potencia

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$, $tb \in \mathcal{BATT}$ y $t \in T$:

$$P_{pvB}(ch, tb, t) + P_{TB}(ch, tb, t) + P_{HKB}(ch, tb, t) + P_{HYB}(ch, tb, t) \leq \left(\frac{ConH_{V_n_batt}(ch) \cdot ConH_{I_max_ch_pv}(ch)}{1000} \right) \cdot \sum_{tpv \in PVT} X_{Ch}(tpv, tb, ch)$$

5.3. Límites en la Potencia Dirigida a la Carga desde las Baterías

- Límite 1:

$$P_{BL}(ch, tb, t) \leq Battyp_e_{P_des}(tb) \cdot X_B(tb, ch).$$

- Límite 2:

$$P_{BL}(ch, tb, t) \leq \left(\frac{ConH_{V_n_batt}(ch) \cdot ConH_{I_max_des}(ch)}{1000} \right) \cdot \sum_{tpv \in PVT} X_{Ch}(tpv, tb, ch).$$

6. Restricciones de Operación de las Baterías en Términos de Carga/Descarga

6.1. Batería Cargando con Renovables

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$ y $t \in T$:

$$\sum_{tb \in \mathcal{BATT}} \left[P_{pvB}(ch, tb, t) + P_{TB}(ch, tb, t) + P_{HKB}(ch, tb, t) + P_{HYB}(ch, tb, t) \right] \leq 10^8 \cdot Bceff(ch, t).$$

6.2. Batería Descargando

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$ y $t \in T$:

$$\sum_{tb \in \mathcal{BATT}} P_{BL}(ch, tb, t) \leq 10^8 \cdot Bdeff(ch, t).$$

6.3. Estado Único de Operación de la Batería

Para cada $ch \in \mathcal{CH}$ y $t \in T$:

$$Bceff(ch, t) + Bdeff(ch, t) \leq 1.$$

7. Función Objetivo

La función objetivo minimiza el costo total, el cual se compone de dos etapas.

7.1. Costo de Inversión Inicial

$$\begin{aligned}
 \text{Costo}_{inv} = & \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tpv \in \mathcal{PVT}} X_{pv}(tpv, ch) PVtype_{C_inst}(tpv) \\
 & + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tb \in \mathcal{BATT}} X_B(tb, ch) Batttype_{C_inst}(tb) \\
 & + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \left(\sum_{tb \in \mathcal{BATT}} \sum_{tpv \in \mathcal{PVT}} X_{Ch}(tpv, tb, ch) \right) ConH_{C_inst}(ch) \\
 & + \sum_{wt \in \mathcal{WT}} X_T(wt) Windtype_{C_inst}(wt) \\
 & + \sum_{hk \in \mathcal{HK}} X_K(hk) \left(HKtype_{C_inst}(hk) + C_cable_Hydro \right) \\
 & + \sum_{hy \in \mathcal{HY}} X_H(hy) \left(HYtype_{C_inst}(hy) + C_cable_Hydro \right).
 \end{aligned}$$

7.2. Costo de Recambio (Reemplazo) de Elementos

$$\begin{aligned}
 \text{Costo}_{rec} = & \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{ii=[ConH_{ty}(ch)]}^{lifecycle} VP_N_F(ii-1) ConH_{C_inst}(ch) \left(\sum_{tb \in \mathcal{BATT}} \sum_{tpv \in \mathcal{PVT}} X_{Ch}(tpv, tb, ch) \right) \\
 & + \sum_{tb \in \mathcal{BATT}} \sum_{ii=[Batttype_{ty}(tb)]}^{lifecycle} VP_N_F(ii-1) Batttype_{C_inst}(tb) \left(\sum_{ch \in \mathcal{CH}} X_B(tb, ch) \right) \\
 & + \sum_{tt \in \mathcal{WT}} \sum_{ii=[Windtype_{ty}(tt)]}^{lifecycle} VP_N_F(ii-1) Windtype_{C_inst}(tt) X_T(tt) \\
 & + \sum_{tt \in \mathcal{HK}} \sum_{ii=[HKtype_{ty}(tt)]}^{lifecycle} VP_N_F(ii-1) HKtype_{C_inst}(tt) X_K(tt) \\
 & + \sum_{tt \in \mathcal{HY}} \sum_{ii=[HYtype_{ty}(tt)]}^{lifecycle} VP_N_F(ii-1) HYtype_{C_inst}(tt) X_H(tt).
 \end{aligned}$$

7.3. Costo de Operación y Mantenimiento (OM) Anual

$$\begin{aligned}
 \text{Costo}_{OM} = & \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tpv \in \mathcal{PVT}} X_{pv}(tpv, ch) (VP_N_FS PVtype_{C_OM_y}(tpv)) \\
 & + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tb \in \mathcal{BATT}} X_B(tb, ch) (VP_N_FS Batttype_{C_OM_y}(tb)) \\
 & + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \left(\sum_{tb \in \mathcal{BATT}} \sum_{tpv \in \mathcal{PVT}} X_{Ch}(tpv, tb, ch) \right) (VP_N_FS ConH_{C_OM_y}(ch)) \\
 & + \sum_{tt \in \mathcal{WT}} X_T(tt) (VP_N_FS Windtype_{C_OM_y}(tt)) \\
 & + \sum_{tt \in \mathcal{HK}} X_K(tt) (VP_N_FS HKtype_{C_OM_y}(tt)) \\
 & + \sum_{tt \in \mathcal{HY}} X_H(tt) (VP_N_FS HYtype_{C_OM_y}(tt)).
 \end{aligned}$$

7.4. Costo de Transporte

$$\begin{aligned} \text{Costo}_{trans} = & \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tpv \in \mathcal{PVT}} X_{pv}(tpv, ch) (\text{costo}_{tr_final_por_kg}) PVtype_{P_{eso}}(tpv) \\ & + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \sum_{tb \in \mathcal{BATT}} X_B(tb, ch) (\text{costo}_{tr_final_por_kg}) Batttype_{P_{eso}}(tb) \\ & + \sum_{ch \in \mathcal{CH}} \left(\sum_{tb \in \mathcal{BATT}} \sum_{tpv \in \mathcal{PVT}} X_{Ch}(tpv, tb, ch) \right) (\text{costo}_{tr_final_por_kg}) ConH_{P_{eso}}(ch) \\ & + \sum_{tt \in \mathcal{WT}} X_T(tt) (\text{costo}_{tr_final_por_kg}) Windtype_{P_{eso}}(tt) \\ & + \sum_{tt \in \mathcal{HK}} X_K(tt) (\text{costo}_{tr_final_por_kg}) HKtype_{P_{eso}}(tt) \\ & + \sum_{tt \in \mathcal{HY}} X_H(tt) (\text{costo}_{tr_final_por_kg}) HYtype_{P_{eso}}(tt). \end{aligned}$$

7.5. Costo Total de Primera Etapa

$$\text{FirstStageCost} = \text{Costo}_{inv} + \text{Costo}_{rec} + \text{Costo}_{OM} + \text{Costo}_{trans}.$$

7.6. Costo de Segunda Etapa (Energía No Suministrada)

$$\text{SecondStageCost} = VP_{N_FS} \cdot \sum_{t \in T} Price_ENS(t) \cdot ENS(t).$$

7.7. Función Objetivo

El problema de optimización se formula como:

$$\min \quad \text{FirstStageCost} + \text{SecondStageCost}.$$

Consideraciones Finales

La formulación presentada integra diversas tecnologías de generación y almacenamiento de energía, y permite determinar la combinación óptima que minimice el costo total del proyecto.

3. Cálculo del Costo de Interconexión a la Red Eléctrica para Viviendas sin Servicio en Colombia

Este anexo presenta la formulación y descripción del algoritmo que calcula el costo de interconexión a la red eléctrica para viviendas sin servicio (VSS) en Colombia. El algoritmo determina, mediante una serie de reglas lógicas, la asignación óptima de unidades constructivas (UC) – que incluyen cables de baja tensión (BT), cables de media tensión (MT), postes y transformadores – en función de distancias, disponibilidad de equipos y requerimientos técnicos.

1. Notación y Definiciones

Conjuntos y Variables de Entrada

- VSS: Número de viviendas sin servicio.
- d_{BT} : Distancia a trafo TN1 (en metros), indicada en “Distancia a trafo 1 m”.
- d_{MT} : Distancia a trafo TN2 (en metros), indicada en “Distancia a trafo 2 m”.
- d_{circ} : Distancia a circuito (línea de media tensión).
- d_{disp} : Distancia de dispersión, determinada por la función `seleccionar_distancia_dispersion`(ID de la empresa).
- E_{req} : Energía requerida o carga, derivada de la demanda horaria y ajustada por el número de VSS.

- Disponibilidad_{TN1} y Disponibilidad_{TN2}: Capacidad (en energía) disponible en los transformadores TN1 y TN2, respectivamente; calculadas mediante la función `calc_disp`.

Parámetros Técnicos y Económicos

- **Constantes de regulación y factores de potencia:**

- $k_{BT} = 9.1449766 \times 10^{-3}$ [%/kVA-m] para cables BT.
- $k_{MT} = 6.0794363 \times 10^{-7}$ [%/kVA-m] para cables MT.
- $fp = 0.9$: Factor de potencia.

- **Límites de regulación (por tecnología):**

- $limite_reg_{BT} = 5\%$
- $limite_reg_{MT} = 3\%$

- **Parámetros para cables y postes:**

- $max_cond_paralelo = 3$: Número máximo de conductores en paralelo para BT.
- $dist_min_red_bt = 20$ m: Distancia mínima para instalar red BT cuando no hay equipos cercanos.
- $relacion_dist_postes_bt = 6$ y $relacion_dist_postes_mt = 9$: Número de postes por km.
- $relacion_suspension_retencion_bt = 3$ y $relacion_suspension_retencion_mt = 4$: Relación entre postes de suspensión y retención.

- **Factores de Demanda (fd)**

Se definen mediante una tabla (por ejemplo, en los parámetros `params["fd"]`) en función del rango de VSS. Se le suma además un factor de diseño (25%).

- **Otras variables:**

- `consumo_zonas`: Diccionario que asocia a cada zona climática (p.ej., "CÁLIDO HÚMEDO", "TEMPLADO") la potencia y energía promedio por vivienda.
- **Parámetros de cables BT y MT:**
Se definen para cada cable, con sus capacidades, costos, peso y coeficiente k .
- **Listas de transformadores:**
Se disponen para BT y MT, con capacidades, costos y peso.

Funciones de Cálculo de Distancias y Disponibilidad

1. Distancia máxima en baja tensión (BT):

La función `dist_max_bt` calcula la distancia máxima permitida para la conexión BT de forma que no se exceda el límite de regulación:

$$d_{max,BT} = \left(\frac{limite_reg_{BT}}{k_{BT} \cdot \frac{Potencia}{1000 \cdot fp}} \right) \times max_cond_paralelo,$$

donde la potencia se calcula como:

$$Potencia = consumo_zonas[zona][\"potencia\"] \times VSS \times fd.$$

Además, se ajusta restando la distancia de dispersión:

$$dist_lim_{BT} = d_{max,BT} - d_{disp}.$$

2. Distancia máxima en media tensión (MT):

La función `dist_max_mt` utiliza una fórmula similar, considerando el coeficiente k_{MT} y sumando la capacidad del transformador TN2 (en kVA):

$$d_{max,MT} = \frac{limite_reg_{MT}}{k_{MT} \cdot \frac{Potencia + capacidad_tr \times 1000}{1000 \cdot fp}},$$

donde `capacidad_tr` es la capacidad del transformador TN2.

3. Disponibilidad de transformadores:

La función `calc_disp` determina la energía requerida y la disponibilidad (en energía) de TN1 y TN2:

$$E_{\text{req}} = \text{consumo_por_usuario} \times \text{VSS},$$

$$\text{Disponibilidad}_{\text{TN1}} = \text{capacidad}_{\text{TN1}} \times (\text{horas_mes}) \times fp \times (1 - \text{cargabilidad}),$$

$$\text{Disponibilidad}_{\text{TN2}} = \text{capacidad}_{\text{TN2}} \times (\text{horas_mes}) \times fp \times (1 - \text{cargabilidad}).$$

Variables de Decisión (Asignación de UC)

Las asignaciones de componentes se expresan en diccionarios con la siguiente estructura:

- **uc:** Identificador del componente (por ejemplo, "N1L120" para un cable BT, "N1P94" para un poste BT, "N1T38" para un transformador BT).
- **cantidad:** Número de unidades a instalar.
- **costo_total:** Costo total asociado a la asignación.
- **peso_total:** Peso total del componente asignado.

Se definen tres conjuntos de UC:

- UC_{BT} : Componentes para baja tensión (cables BT, postes BT, transformadores TN1).
- UC_{MT} : Componentes para media tensión (cables MT, postes MT, transformadores TN2).
- UC_{disp} : Componentes para cubrir la dispersión de las viviendas.

2. Formulación Matemática del Algoritmo

El algoritmo evalúa diferentes casos en función de las distancias y la disponibilidad de transformadores para determinar la asignación óptima de UC. A continuación se resume la lógica mediante expresiones matemáticas:

2.1. Clasificación de Casos

1. CASO 4:

Si se tiene:

$$d_{\text{BT}} > \text{dist_lim}_{\text{BT}} \quad \wedge \quad d_{\text{BT}} > \text{dist_lim}_{\text{MT}} \quad \wedge \quad d_{\text{circ}} > \text{dist_lim}_{\text{MT}},$$

se asigna:

$$\text{Caso} = \text{"CASO 4"}.$$

2. CASO 1 (Con transformador TN1 cercano):

Si:

$$d_{\text{BT}} < \text{dist_lim}_{\text{BT}},$$

se evalúa la disponibilidad de TN1:

• CASO 1-1:

Si además:

$$\text{Disponibilidad}_{\text{TN1}} > E_{\text{req}} \quad \wedge \quad d_{\text{apoyo}} < 10 \text{ m},$$

se asignan:

$$UC_{\text{BT}} = f_{\text{cable/postes}}(d_{\text{BT}}, \text{parámetros}) \quad \text{y} \quad UC_{\text{disp}} = f_{\text{cable/postes}}(d_{\text{disp}} \times \text{VSS}).$$

• CASOS 1-2 a 1-6:

Se definen subcasos en función de la disponibilidad de TN1, la capacidad de repotenciación de TN2 y la distancia al apoyo. En cada subcaso se asignan UC de BT (y en algunos casos UC de MT) mediante funciones *asignar_uc_cable_bt*, *asignar_uc_postes_bt* y *asignar_uc_tr*.

3. CASO 2:

Si no hay TN1 cerca, pero se cuenta con una línea de MT próxima:

$$d_{\text{circ}} < \text{dist_lim}_{\text{BT}} \quad \wedge \quad \text{Disponibilidad}_{\text{TN2}} > E_{\text{req}},$$

se asigna:

Caso = "CASO 2".

Se asignan UC con una distancia estándar (por ejemplo, 50 m).

4. CASO 3:

Si existe TN2 disponible para repotenciar, y

$$d_{MT} < \text{dist_lim}_{MT},$$

se distinguen subcasos (3-1 y 3-2) en función de la disponibilidad de TN2 y se asignan UC para MT usando *asignar_uc_cable_mt*, postes MT y transformadores.

2.2. Asignación de Componentes

Las funciones de asignación determinan la cantidad de cada componente en función de las siguientes expresiones:

Asignación de Cables (BT y MT)

- **Capacidad requerida para cables:**

$$I_{\text{req}} = \frac{\text{Potencia requerida}}{\text{Tensión}},$$

donde:

$$\text{Potencia requerida} = \text{consumo_zonas}[\text{zona}][\text{"potencia"}] \times \text{VSS} \times \text{fd}.$$

- **Condición de regulación:**

Se busca la cantidad mínima n de conductores en paralelo que cumpla:

$$\text{Regulación} = \frac{k \cdot \left(\frac{\text{Potencia}}{1000 \times 0.9} \right) \cdot d}{n} \leq \text{limite de regulación}.$$

La función *seleccionar_cables_eficientes* recorre las opciones disponibles y retorna la combinación de cable óptima, expresada en UC, con su cantidad, costo total y peso.

Asignación de Postes

Para una distancia d (en m), se calcula:

$$\begin{aligned} \text{Cantidad de postes} &= \lceil \text{relacion_dist_postes} \times \frac{d}{1000} \rceil, \\ \text{Cantidad de retención} &= \lceil \text{Cantidad de postes} \times \frac{\text{relacion_suspension_retencion}}{\text{relacion_suspension_retencion} + 1} \rceil, \\ \text{Cantidad de suspensión} &= \lceil \text{Cantidad de postes} \times \frac{1}{\text{relacion_suspension_retencion} + 1} \rceil. \end{aligned}$$

Se asignan los UC correspondientes a postes, con sus costos y pesos.

Asignación de Transformadores

Mediante la función *asignar_uc_tr*, se selecciona una combinación de transformadores que cumpla:

$$\sum_{i=1}^n \text{capacidad}_i \geq \text{Potencia requerida} \quad (\text{o Potencia requerida} + \text{capacidad existente}),$$

minimizando el costo total. La función *seleccionar_transformadores_eficientes* evalúa diferentes combinaciones (con repeticiones) y retorna la UC

3. Supuestos del Algoritmo

1. Discretización y Redondeo:

Las cantidades de postes y conductores se determinan utilizando funciones de redondeo ($\lceil \cdot \rceil$ y $\lfloor \cdot \rfloor$) para garantizar que la cobertura y los límites de regulación se cumplan.

2. Constancia de Parámetros:

Los parámetros técnicos (como k , límites de regulación, relaciones de postes) y económicos se asumen constantes para un sitio dado y se basan en normás técnicas colombianas, reportes históricos de uso y manuales de los OR.

3. Evaluación de Disponibilidad y Distancias:

Las distancias medidas (por ejemplo, "Distanciat a trafo 1 m", "Distancia a trafo 2 m", "Distancia a circuito") y la disponibilidad de transformadores se utilizan para clasificar los casos y asignar los componentes de forma óptima. Estas distancias fueron calculadas mediante algoritmos de ruta optima en capas raster, grafos para rutas por la red y distancias lineales como algoritmos independientes en el software ArcG

4. Separación de Casos:

El algoritmo clasifica la interconexión en diversos casos (CASO 1-1, 1-2, ..., 4) basados en condiciones lógicas, de forma que se garantice la factibilidad técnica y se minimice el costo total.

Consideraciones Finales

El algoritmo presentado calcula el costo de interconexión a la red eléctrica para viviendas sin servicio mediante la asignación óptima de UC para cables, postes y transformadores, considerando tanto la red BT como la MT y la dispersión de las viviendas. La formulación matemática expuesta sintetiza las reglas y funciones implementadas en el código Python, permitiendo comprender cómo se integran las variables de entrada, los parámetros técnicos y económicos y las condiciones de asignación para determinar el costo total.

Se recomienda complementar este anexo en el documento principal con ejemplos numéricos, resultados de simulación y análisis de sensibilidad respecto a los parámetros clave del modelo.

Referencias a las Funciones Clave

- `dist_max_bt(row, consumo_zonas, params)`

Calcula la distancia máxima $d_{max,BT}$ en baja tensión, ajustada para la dispersión:

$$d_{max,BT} = \left(\frac{\text{limite_reg}_{BT}}{k_{BT} \cdot \frac{\text{potencia}}{1000 \cdot fp}} \right) \times \text{max_cond_paralelo},$$

con $\text{potencia} = \text{consumo_zonas}[zona][\text{"potencia"}] \times \text{VSS} \times fd$.

- `dist_max_mt(row, consumo_zonas, params)`

Calcula la distancia máxima $d_{max,MT}$ en media tensión:

$$d_{max,MT} = \frac{\text{limite_reg}_{MT}}{k_{MT} \cdot \frac{\text{potencia} + \text{capacidad_tr} \times 1000}{1000 \cdot fp}},$$

donde capacidad_tr es la capacidad del transformador TN2.

- `calc_disp(row, consumo_zonas, params)`

Determina la energía requerida y las disponibilidades de TN1 y TN2:

$$E_{req} = \text{consumo_por_usuario} \times \text{VSS},$$

$$\text{Disponibilidad}_{TN1} = \text{capacidad}_{TN1} \times (24 \times 30) \times fp \times (1 - \text{cargabilidad}),$$

$$\text{Disponibilidad}_{TN2} = \text{capacidad}_{TN2} \times (24 \times 30) \times fp \times (1 - \text{cargabilidad}).$$

- **Asignación de UC para Cables y Postes:**

Las funciones `asignar_uc_cable_bt`, `asignar_uc_cable_mt`, `asignar_uc_postes_bt` y `asignar_uc_postes_mt` implementan las reglas de asignación basadas en los parámetros de capacidad, regulación, distancias y relaciones de postes.

- **Selección de Transformadores:**

La función `seleccionar_transformadores_eficientes` evalúa combinaciones de transformadores para cubrir la potencia requerida con el menor costo.